

## ロジスチック式と増殖率\*

### まえがき

もし個体群の生長がロジスチック曲線に従うとすれば、個体群密度と1個体あたりの増殖率との間には次式に示すように直線的関係が期待される。

$$\frac{dN}{dt} \cdot \frac{1}{N} = r - hN \quad (1)$$

しかし、様々な実験で得られた1雌あたりの増殖率と親世代密度との間の実際の関係は、多くの場合直線的でない。そこで、ANDREWARTHA & BIRCH (1954) が指摘しているように、ロジスチック式は個体群の生長、特に個体群が飽和密度に達する以前の期間における生長を記述する式として適当であるかどうかの問題となる。

この問題を明らかにするために、本報ではいくつかの理論的考察を行なうことにする。

### 理論的考察

初期密度を  $N_0$ 、時間  $t_1, t_2, t_3, \dots$  における密度をそれぞれ  $N_1, N_2, N_3, \dots$  また  $t_2 - t_1 = t_3 - t_2 = \dots = \tau$  とすると、ロジスチック式から次式が得られる。

$$N_i = \frac{K}{1 + \left(\frac{K}{N_0} - 1\right) e^{-rt_i}} \quad (2)$$

$$N_{i+1} = \frac{K}{1 + \left(\frac{K}{N_0} - 1\right) e^{-rt_{i+1}}}, \quad (3)$$
$$i = 1, 2, 3, \dots.$$

したがって

$$\begin{aligned}
 \frac{N_{i+1}-N_i}{N_i} &= \frac{1+\left(\frac{K}{N_0}-1\right)e^{-t_i r}}{1+\left(\frac{K}{N_0}-1\right)e^{-t_{i+1} r}}-1 \\
 &= \frac{\left(\frac{K}{N_0}-1\right)e^{-t_{i+1} r}(e^{r\tau}-1)}{1+\left(\frac{K}{N_0}-1\right)e^{-t_{i+1} r}} \\
 &= \left\{1-\frac{1}{1+\left(\frac{K}{N_0}-1\right)e^{-t_{i+1} r}}\right\} (e^{r\tau}-1) \\
 &= (e^{r\tau}-1)-\frac{e^{r\tau}-1}{K} N_{i+1}.
 \end{aligned} \tag{4}$$

ここで

$$A=e^{r\tau}-1 \tag{5}$$

および

$$B=\frac{A}{K} \tag{6}$$

とおけば

$$\frac{N_{i+1}-N_i}{N_i}=A-BN_{i+1}. \tag{7}$$

(7) 式は  $(N_{i+1}-N_i)/N_i$  が  $N_i$  とではなくて  $N_{i+1}$  との間に直線関係があることを示している。

親世代の密度を  $N_I$ , 子世代の密度を  $N'_{II}$  とおけば, 個体あたりの増殖率は,

$$\frac{N'_{II}}{N_I}=\frac{(N_I+N'_{II})-N_I}{N_I}. \tag{8}$$

世代の長さを  $\tau$ , また  $N_{II}=N_I+N'_{II}$  とおき, 増殖率に対する密度効果が (1) 式によってあらわされると仮定すれば, (4) 式および (8) 式から次式が得られる。

$$\frac{N'_{II}}{N_I}=(e^{r\tau}-1)-\frac{e^{r\tau}-1}{K} N_{II}. \tag{9}$$

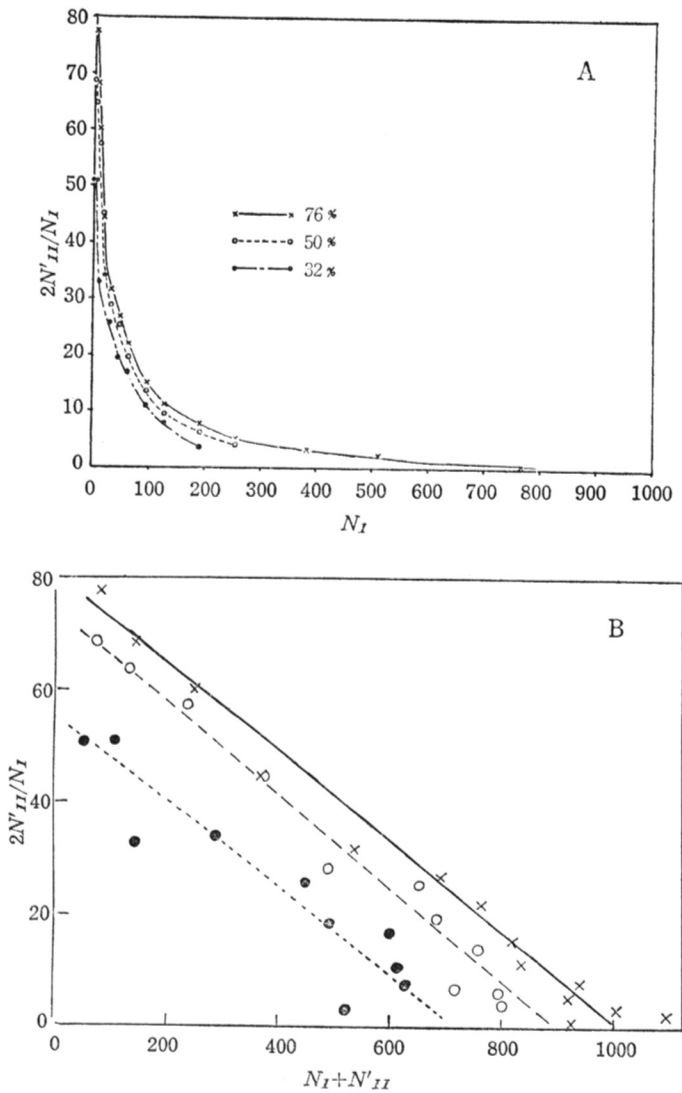


図1 アズキゾウムシの1雌あたりの子世代個体数の親世代密度に対する関係(図A)と親世代と子世代の合計密度に対する関係(図B)の比較

A 3つの異なる湿度条件下での親世代密度に対する関係(UTIDA, 1941による).

B 親世代と子世代の合計密度に対する関係.  $N_I$ =親世代密度,  $N'_{II}$ =子世代密度.

×—× 湿度 76%    ○……○ 湿度 50%    ●……● 湿度 32%

性比が  $f:1$  の場合、親世代1雌あたりの増殖率は、

$$(f+1)\frac{N'_{II}}{N_I}=(f+1)(e^{r'}-1)-(f+1)\frac{e^{r'}-1}{K}N_{II} \quad (10)$$

で与えられる。(10)式から1雌あたりの増殖率は親世代と子世代の合計密度に対して直線関係にあることが期待される。

式のあてはめ

UTIDA (1941) によるアズキゾウムシ *Callosobruchus chinensis* (L.) の実験個体群の研究結果への(10)式の適用を図1に示した。この図では、様々な親世代密度に対する1雌あたりの子世代個体数の2倍 ( $f=1$ ) の値を、(a)親世代密度および(b)親世代と子世代の合計密度に対してプロットしてある。

この図では、種々の湿度条件下における1雌あたりの子世代個体数は、いずれも親世代密度に対しては直線関係を示さないが、親子2世代の合計密度との間には直線関係が成立していることが明らかに示されている。

## 結論と要約

ロジスチック曲線の有用性に関しては多くの問題があるが、それを論じる前に、実際のデータが理論値と適合するかどうかを吟味する必要があると思われる。本報では、微分方程式(1)によってあらわされる個体群密度と個体あたりの増殖率との関係は  $(N_{i+1}-N_i)/N_i$  値を  $N_{i+1}$  に対してプロットした差分図表上の直線によって表現されることを明らかにした。この直線関係を利用して、実際のデータに対するロジスチック曲線の適合度を調べることが可能であり、また、適合している場合には(5)および(6)式によってロジスチック式の母数を推定できる。この方法をアズキゾウムシの実験個体群に適用した結果は、親世代と子世代との密度の関係がロジスチック型によく適合することを示した。このことは、FUJITA & UTIDA (1953) も  $1/(R+2\sigma)$  と親世代密度との間の直線関係を利用して証明しているところである。ただし、 $R$  はみかけの増殖率で、 $\sigma$  は主に成虫寿命に依存する定数 ( $0 \leq \sigma \leq 1$ ) である。

## 引用文献

- ANDREWARTHA, H.G. & BIRCH, L.C. (1954) The distribution and abundance of animals. University of Chicago Press.
- FUJITA, H. & UTIDA, S. (1953) The effect of population density on the growth of an animal population. *Ecol.*, 34 : 488—498.
- UTIDA, S. (1941) Studies on experimental population of the azuki bean weevil, *Callosobruchus chinensis* (L.). II. *Mem. Coll. Agr. Kyoto Imp. Univ.*, 49 : 1—20.
- \* 原論文, The fitting of the logistic equation to the rate of increase of population density. *Res. Popul. Ecol.*, 7 : 52—55 (1965).

